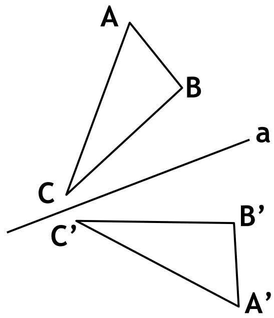
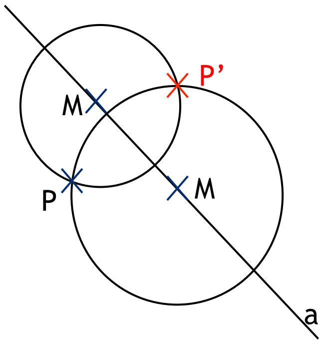
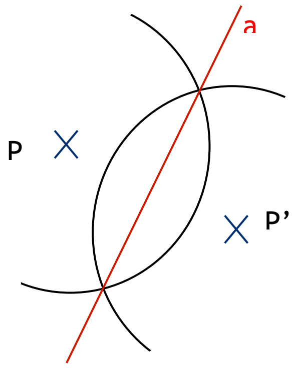
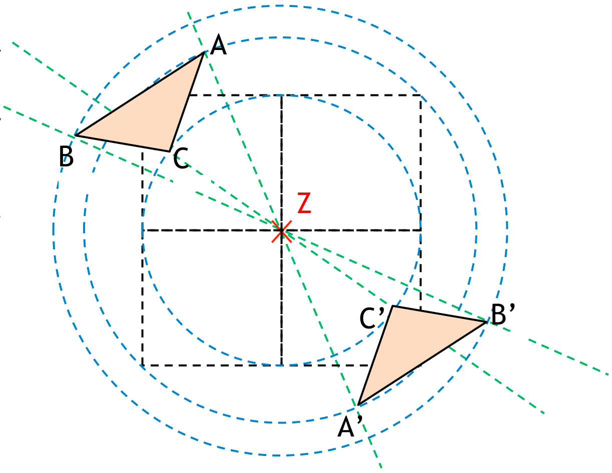
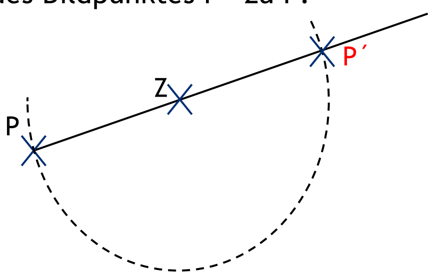
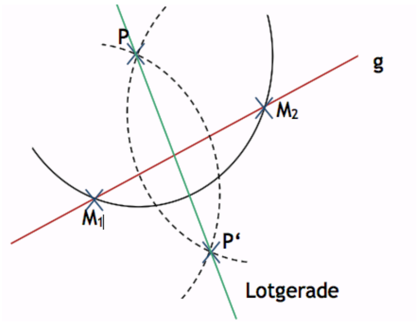
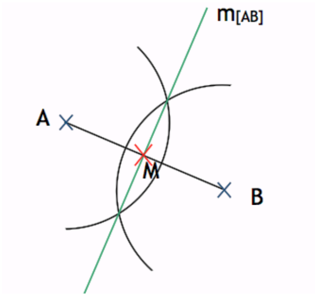
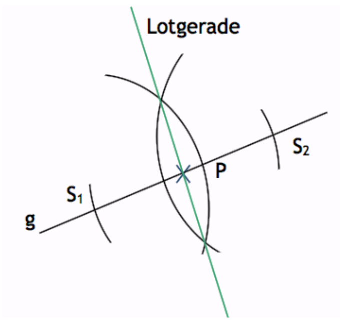
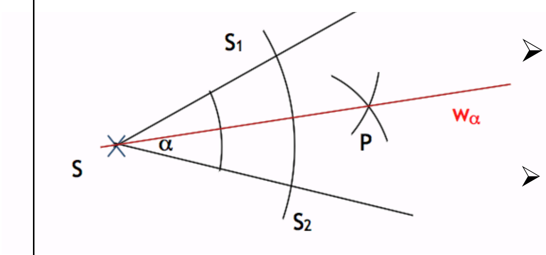
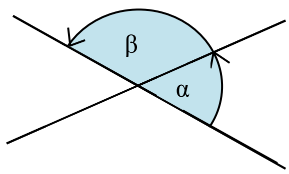
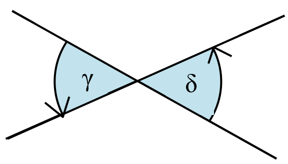
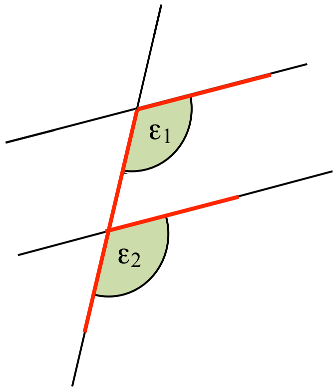
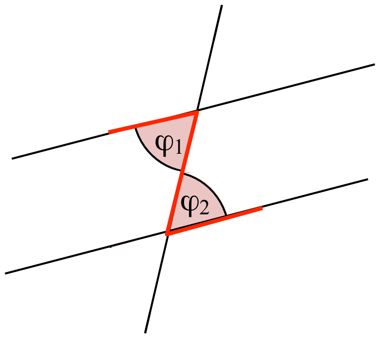
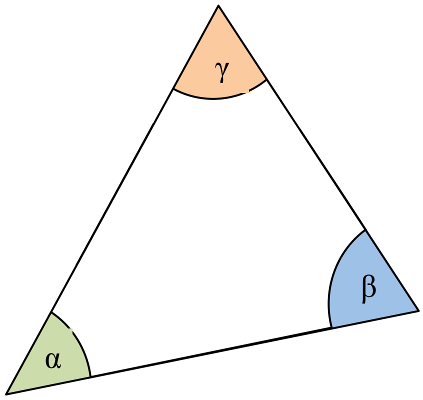
Themen	Eigenschaften - Besonderheiten - Beispiele
Achsensymmetrie und Achsenspiegelung	• Die Punkte, die auf der Symmetrieachse a liegen, sind von jeweils zwei achsensymmetrischen Punkten gleich weit entfernt. • Die Strecke von einem Punkt zu seinem achsensymmetrischen Punkt wird von der Symmetrieachse a senkrecht halbiert. 
Konstruktionen zur Achsenspiegelung	Zu einem Punkt P den Bildpunkt P´ konstruieren:  Zu einem Punkt P und seinem Bildpunkt P' die Achse a konstruieren: 
Punktspiegelung	Zwei punktsymmetrische Figuren werden bei einer Drehung um das Zentrum Z um 180° ineinander übergeführt. Die Strecke von einem Punkt A zu seinem Bildpunkt A' wird von diesem Zentrum Z halbiert. 
Konstruktion der Punktspiegelung	Konstruktion des Bildpunktes P´ zu P: 

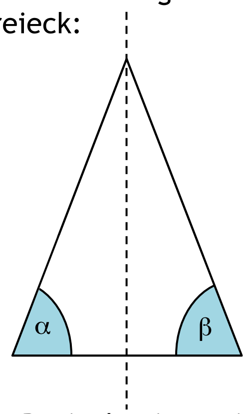
Grundkonstruktionen **Lot von P auf g fällen**		➢ Kreis mit beliebigem Radius um P → Schnittpunkt M_1 und M_2; ➢ Konstruiere Mittelsenkechte $m_{[M_1M_2]}$;
Mittelsenkrechte bzw. Strecke halbieren		➢ Zwei Kreise mit beliebigem, aber gleich großem Radius um A und B; ➢ Ziehe Gerade durch die zwei Schnittpunkte der beiden Kreise → Mittelsenkrechte $m_{[AB]}$;
Senkrechte zu g durch P errichten		➢ Kreis um P mit beliebigem Radius; → Schnittpunkte S_1 und S_2 mit Gerade g; ➢ Konstruiere Mittelsenkechte $m_{[S_1S_2]}$
Winkelhalbierende		➢ Kreis um S mit beliebigem Radius; → Schnittpunkte S_1 und S_2 mit Schenkeln des Winkels; ➢ Konstruiere Mittelsenkechte $m_{[S_1S_2]}$
Winkel an einer Geradenkreuzung	 Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°: $\alpha + \beta = 180°$	 Scheitelwinkel sind gleich groß: $\gamma = \delta$

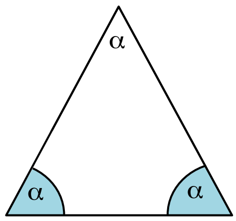
<table>
<tr>
<td>Winkel an einer Doppelkreuzung mit parallelen Geraden</td>
<td colspan="3">


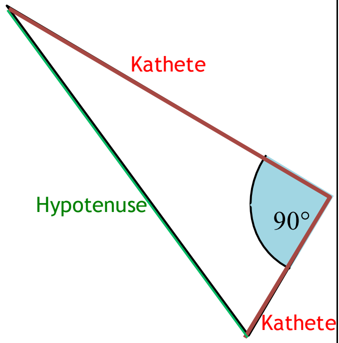
Stufenwinkel (F-Winkel) sind gleich groß:
$\varepsilon_1 = \varepsilon_2$


Wechselwinkel (Z-Winkel) sind gleich groß:
$\varphi_1 = \varphi_2$
</td>
</tr>
<tr>
<td>Winkelsumme im Dreieck

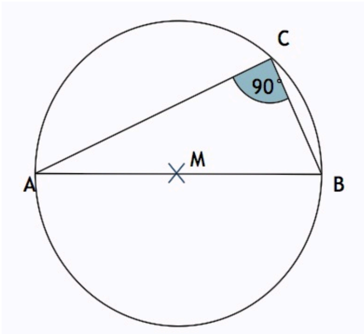
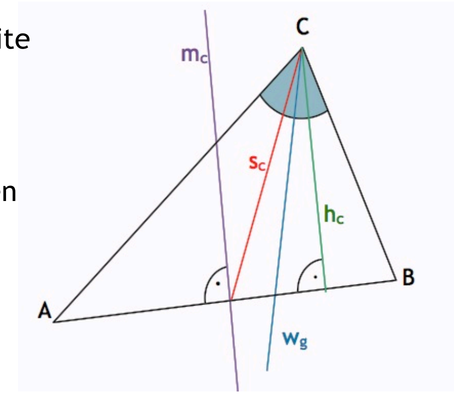
Winkelsumme in Vier- und Vielecken</td>
<td colspan="3">
Die Innenwinkelsumme in einem Dreieck beträgt 180°:
$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
Die Innenwinkelsumme in einem Viereck beträgt 360°.
Für ein Vieleck mit n Ecken beträgt die Innenwinkelsumme:
$(n - 2) \cdot 180^\circ$


</td>
</tr>
<tr>
<td>Besondere Dreiecke</td>
<td>gleichschenkliges Dreieck:


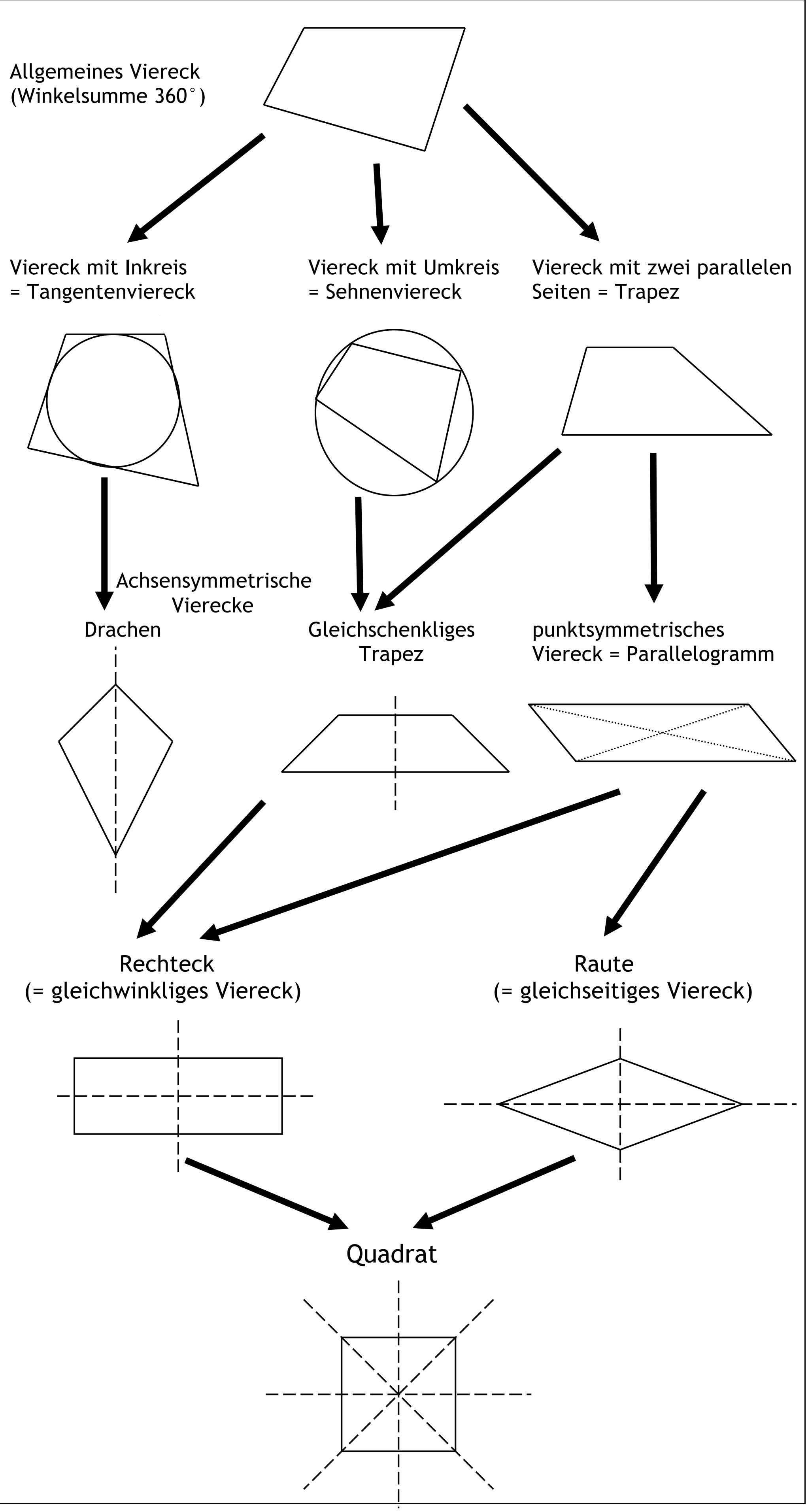
Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten heißt gleichschenklig.
Ein gleichschenkliges Dreieck ist achsen-symmetrisch.
In jedem solchen Dreieck sind die beiden Basiswinkel gleich groß: $\alpha = \beta$</td>
<td>gleichseitiges Dreieck:


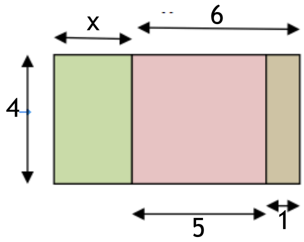
Ein Dreieck mit drei gleich langen Seiten heißt gleichseitig.
Die drei Innenwinkel betragen dann 60°.</td>
<td>rechtwinkliges Dreieck:


Ein Dreieck mit einem 90°-Winkel heißt rechtwinkliges Dreieck.</td>
</tr>
</table>

Satz des Thales	Liegt der Punkt C eines Dreiecks ABC auf einem Halbkreis über der Strecke AB, dann hat das Dreieck bei C immer einen rechten Winkel. Es gilt auch die Umkehrung des Satzes: Hat das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel, so liegt C auf einem Kreis mit dem Durchmesser AB. 
Besondere Linien im Dreieck	Die Höhen h eines Dreiecks sind die von den Ecken auf die gegenüberliegende Seite gefällten Lotstrecken.  Die Seitenhalbierenden s eines Dreiecks sind die Verbindungsstrecken der Seitenmitten mit den gegenüberliegenden Ecken. Die drei Seitenhalbierenden schneiden sich in einem Punkt, dem **Schwerpunkt S**. Die Mittelsenkrechten m eines Dreiecks entsprechen den Mittelsenkrechten der drei Dreiecksseiten. Sie schneiden sich in einem Punkt, dem **Mittelpunkt des Umkreises M**. Die Winkelhalbierenden w eines Dreiecks entsprechen den Winkelhalbierenden der drei Innenwinkel. Auch sie schneiden sich in einem Punkt, dem **Mittelpunkt des Inkreises W**.
Kongruenzsätze für Dreiecke	Dreiecke sind schon kongruent (deckungsgleich), wenn sie • in drei Seiten übereinstimmen (SSS) • in zwei Seiten und deren Zwischenwinkel übereinstimmen (SWS) • in einer Seite und zwei anliegenden Winkeln übereinstimmen (WSW) • in einer Seite, einem anliegenden und dem nicht anliegenden Winkel übereinstimmen (SWW) • in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite übereinstimmen (SsW)
Dreiecks- und Viereckskonstruktionen	Strategie: • Zeichne eine Planfigur und hebe die gegebenen Seiten und Winkel farbig hervor. • Entwickle den Konstruktionsplan: beginne mit einer Größe. Wenn du nicht weiterkommst, beginne mit einer anderen Größe. Benutze eventuell ein Schmierpapier. • Zeichne den Bauplan mit den gegebenen Stücken und konstruiere nur mit Zirkel und Lineal das gesuchte Dreieck bzw. Viereck.

Besondere Vierecke



Terme	Ein Rechenausdruck, der Zahlen, Variablen, Rechenzeichen und Klammern enthalten kann, wird als **Term** bezeichnet. Beispiel: $T(a) = 2a - 3a^2 + 4$ Für die Variable kann man verschiedene Zahlenwerte einsetzen: Berechne $T(a) = 2a - 3a^2 + 4$ für $a \in \left\{-3; -1{,}5; \frac{3}{4}\right\}$ $T(-3) = -6 - 3 \cdot 9 + 4 = -6 - 27 + 4 = -29$ $T(-1{,}5) = -3 - 6{,}75 + 4 = -5{,}75$ $T(\frac{3}{4}) = 1\frac{1}{2} - 3 \cdot \frac{9}{16} + 4 = 1\frac{1}{2} - 1\frac{11}{16} + 4 = 3\frac{13}{16}$
Äquivalente Terme	Terme können ganz verschieden aussehen und doch für jeden eingesetzten Wert das Gleiche liefern. Solche Terme nennt man äquivalent (= gleichwertig). Beispiel: Der Flächeninhalt des Rechtecks kann auf ganz verschiedene Arten beschrieben werden :  $T_1(x) = 4\ (x + 6)$ $T_2(x) = 4x + 24$ $T_3(x) = 4x + 20 + 4$ Mit Hilfe bestimmter Regeln für das Umformen von Termen können wir äquivalente Terme ineinander überführen.
Termumformungen: gleichartige Terme zusammenfassen	**Gleichartige Terme** unterscheiden sich nur in den Koeffizienten (= Zahlen vor den Variablen), nicht aber in den „Buchstabenkombinationen“ nach der Zahl: $2xy^2$, $-0{,}25xy^2$, $-\frac{3}{4}xy^2$, $1xy^2$ sind gleichartige Terme nicht dagegen: $2xy$, $2x^2y$, $2x^2y^2$
	Addieren und subtrahieren Nur gleichartige Terme kann man durch Addition oder Subtraktion zusammenfassen, indem man ihre Koeffizienten addiert bzw. subtrahiert und die gemeinsame Buchstabenkombination beibehält: $2xy^2 + 20xy - 5xy^2 - 16xy = -3xy^2 + 4xy$
	Multiplizieren Faktoren darf man vertauschen und durch Klammern zusammenfassen: $4x \cdot 5x^2 = (4 \cdot 5) \cdot (x \cdot x^2) = 20\,x^3$ $(-3a) \cdot 4a^2 \cdot (-0{,}5b) = ((-3) \cdot 4 \cdot (-0{,}5)) \cdot (a \cdot a^2 \cdot b) = 6a^3b$

Klammerregeln

Für das Rechnen mit Klammern ist das Distributivgesetz besonders wichtig:

$$a \cdot (b + c) = ab + ac$$

Ausmultiplizieren und Ausklammern

Man nutzt es für das Ausmultiplizieren und das Ausklammern:

Ausmultiplizieren	**Ausklammern**
$2 \cdot (5a - 2b + 8c^2) = 10a - 4b + 16c^2$	$24a^2 - 30b = 6 \cdot (4a^2 - 5b)$
$-0{,}5x \cdot (5x - 2y + 8z^2) = -2{,}5x^2 + xy - 4xz^2$	$a^3 - 2a^2 = a^2 \cdot (a - 2)$
$-(4m - 2m^2) = (-1) \cdot (4m - 2m^2) = -4m + 2m^2$	$-3xy^2 - 3x^2y = -3xy \cdot (y + x)$

Produkte von Summen

Zwei Summen werden miteinander multipliziert, indem man jedes Glied der ersten Klammer mit jedem Glied der zweiten Klammer multipliziert und die Produkte anschließend addiert:

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Beispiele:

$(2a - 3) \cdot (4b - 5) = 8ab - 10a - 12b + 15$

$(-x + 2) \cdot (2x^2 - 1) = -2x^3 + x + 4x^2 - 2$

Binomische Formeln

Multipliziert man zwei identische Summen miteinander, so kann man auch die binomischen Formeln anwenden und damit Zeit sparen:

1. binomische Formel (Plusformel): $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. binomische Formel (Minusformel): $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. binomische Formel (Plus-Minus-Formel): $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Lösen von linearen Gleichungen; Äquivalenzumformung

Aquivalenzumformung		**Lösungsstrategie**
Ausmultiplizieren und gleichartige Terme zusammenfassen	$5(x+1)+2x = 4(x-2)+1$ $5x+5+2x = 4x-8+1$	**Aufräumen**: Beide Seiten getrennt vereinfachen;
Addieren oder Subtrahieren des gleichen Terms	$7x+5 = 4x-7 \quad \mid -4x - 5$	**Trennen**: Alle x auf eine Seite; alle Zahlen auf die andere Seite;
Multiplizieren oder dividieren mit der gleichen von 0 verschiedenen Zahl	$3x = -12 \quad \mid :3$	x **isolieren**
	$x = -4$	**Lösung**
	$L = \{-4\}$	**Lösungsmenge** angeben

Probe: Lösung getrennt in die Linke und dann in die rechte Seite der ersten Zeile einsetzen und die Ergebnisse vergleichen:

hier: $5(-4+1)+2(-4) = 4(-4-2)+1$

$-15 - 8 = -24+1$

$-23 = -23$ (wahre Aussage $\Rightarrow$ Lösung richtig!)

Potenzen

Gesetz	1. Beispiel	2. Beispiel
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$	$(-x)^2 \cdot (-x)^3 = (-x)^5 = -x^5$
$a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2 = 4$	$\frac{x^5}{x} = x^{5-1} = x^4$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64$	$(x^5)^3 = x^{5 \cdot 3} = x^{15}$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$2^6 \cdot 5^5 = (2 \cdot 5)^6 = 10^6 = 1000000$	$(a \cdot b)^3 = a^3 \cdot b^3$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$	$\left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{x^3}{y^3}$

Arithmetisches Mittel

Bei der Erhebung von Daten ist der **Mittelwert** eine beliebte Größe zur Beschreibung der Daten. In der Mathematik heißt dieser Wert **arithmetisches Mittel**.

Beispiel: Bei einer Schulaufgabe gab es folgendes Notenbild:

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	3	7	8	4	1

Das arithmetische Mittel ist der Notendurchschnitt, mit dem man Aussagen darüber treffen kann, wie gut die Schulaufgabe von den Schülern bearbeitet wurde:

$$\frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 1 \cdot 6}{2 + 3 + 7 + 8 + 4 + 1} = \frac{87}{25} = 3{,}48$$

Prozentrechnung

Erhöhter Grundwert

Anna erhält 20 € Taschengeld im Monat. Es wird nun um 10% erhöht. Wie viel erhält sie nun monatlich?

$$20€ + 10\% \text{ von } 20€ = 20€ + \frac{10}{100} \cdot 20€ = \underbrace{20€}_{100\%} + \underbrace{2€}_{10\%} = \underbrace{22€}_{110\%}$$

Diese Rechnung entspricht: 110% von 20€

Verminderter Grundwert

Eine Hose kostet 60€. Beim Schlussverkauf wird sie 20% billiger. Was kostet die Hose nun?

$$60€ - 20\% \text{ von } 60€ = 60€ - \frac{20}{100} \cdot 60€ = \underbrace{60€}_{100\%} + \underbrace{12€}_{20\%} = \underbrace{48€}_{80\%}$$

Diese Rechnung entspricht: 80% von 60€

Zinsrechnung

Ein Kapital K bringt bei einem Zinssatz von p% in n Tagen Zinsen in der Höhe von:

$$Z = p\% \cdot K \cdot \frac{n}{360}$$

Beispiel:
Bei einem Zinssatz von p = 2% bringt ein Kapital von 1000 €

in einem Jahr: $Z = 2\% \cdot 1000€ = 20€$

in 72 Tagen: $Z = 2\% \cdot 1000€ \cdot \frac{72}{360} = 4€$