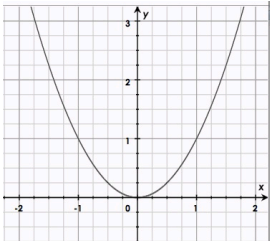
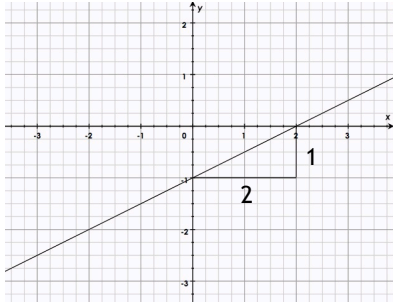
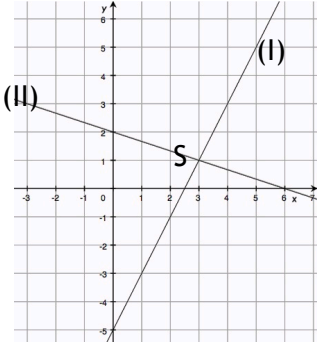




Themen	Eigenschaften - Besonderheiten - Beispiele															
<p>Direkte Proportionalität</p>	<p>Zwei Größen x und y heißen direkt proportional, wenn gilt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Zum k-fachen Wert von x gehört der k-fache Wert von y; • Der Quotient $q = \frac{y}{x}$ hat für alle Wertepaare denselben Wert; • Zusammenhang der beiden Größen: $y = q \cdot x$; • Das Diagramm zu den beiden Größen ist eine Ursprungsgerade; <p>Beispiel:</p> <table border="1" data-bbox="528 573 1453 719"> <tr> <td>x: Volumen in l</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>y: Preis in €</td> <td>1,35</td> <td>2,70</td> <td>6,75</td> <td>10,80</td> </tr> <tr> <td>Quotient $q = \frac{y}{x}$</td> <td>1,35: 1= 1,35</td> <td>2,70: 2= 1,35</td> <td>6,75: 5= 1,35</td> <td>10,80: 8= 1,35</td> </tr> </table> <p>Der Quotient q heißt Proportionalitätsfaktor. Seine anschauliche Bedeutung ist hier: Preis pro Liter</p>	x: Volumen in l	1	2	5	8	y: Preis in €	1,35	2,70	6,75	10,80	Quotient $q = \frac{y}{x}$	1,35: 1= 1,35	2,70: 2= 1,35	6,75: 5= 1,35	10,80: 8= 1,35
x: Volumen in l	1	2	5	8												
y: Preis in €	1,35	2,70	6,75	10,80												
Quotient $q = \frac{y}{x}$	1,35: 1= 1,35	2,70: 2= 1,35	6,75: 5= 1,35	10,80: 8= 1,35												
<p>Indirekte Proportionalität</p>	<p>Zwei Größen x und y heißen indirekt proportional, wenn gilt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Zum k-fachen Wert von x gehört der 1/k-fache Wert von y; • Das Produkt $p = x \cdot y$ hat für alle Wertepaare denselben Wert; • Zusammenhang der beiden Größen: $y = \frac{p}{x}$; • Das Diagramm zu den beiden Größen ist eine Hyperbel; <p>Beispiel:</p> <table border="1" data-bbox="528 1144 1485 1245"> <tr> <td>x: v in km/h</td> <td>30</td> <td>60</td> <td>90</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td>y: t in h</td> <td>6</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1,5</td> </tr> <tr> <td>Produkt $p = x \cdot y$</td> <td>30·6 = 180</td> <td>60·3 = 180</td> <td>90·2 = 180</td> <td>120·1,5 = 180</td> </tr> </table> <p>Anschauliche Bedeutung von p: gefahrene Strecke</p>	x: v in km/h	30	60	90	120	y: t in h	6	3	2	1,5	Produkt $p = x \cdot y$	30·6 = 180	60·3 = 180	90·2 = 180	120·1,5 = 180
x: v in km/h	30	60	90	120												
y: t in h	6	3	2	1,5												
Produkt $p = x \cdot y$	30·6 = 180	60·3 = 180	90·2 = 180	120·1,5 = 180												
<p>Funktion</p> <p>Funktionsterm</p> <p>Graph einer Funktion</p> <p>Nullstellen einer Funktion</p>	<p>Eine Zuordnung $f: x \mapsto y$, die jedem Element x aus der Definitionsmenge D_f genau ein Element aus der Wertemenge W_f zuordnet, heißt Funktion.</p> <p>Beispiel: Jeder Zahl wird ihre Quadratzahl zugeordnet</p> $f: x \mapsto \underbrace{x^2}_{\text{Funktionsterm } f(x)}$ <p>Jeder Term $f(x)$ legt eine Funktion $f : x \mapsto y = f(x)$; $x \in D_f$ fest und heißt Funktionsterm oder Funktionsvorschrift.</p> <p>Zur Veranschaulichung einer Funktion zeichnet man häufig ein x-y-Diagramm, den sogenannten Graphen der Funktion G_f. Auf ihm liegen alle Punkte mit den Koordinaten $(x / y=f(x))$.</p>  <p>Die x-Koordinate des Schnittpunktes eines Funktionsgraphen G_f mit der x-Achse heißt Nullstelle der Funktion f.</p> <p>Rechnerisch ermittelt man diese, indem man die Gleichung $f(x) = 0$ nach x auflöst.</p> <p>Der Schnittpunkt des Graphen mit der y-Achse liegt bei $(0 / f(0))$.</p>															

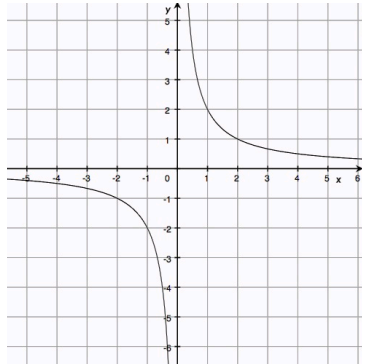


<p>Lineare Funktionen</p> <p>Steigungsdreieck</p>	<p>Jede Funktion mit der Funktionsvorschrift $f(x) = mx + t$ heißt lineare Funktion. Der zugehörige Graph G_f ist eine Gerade, m ist die Steigung des Graphen und t ist die y-Koordinate des Schnittpunktes mit der y-Achse, der sogenannte y-Abschnitt.</p> <p>Beispiel: $y = 0,5x - 1$ $P(0/-1)$ ist der Schnittpunkt mit der y-Achse</p> <p>Für das schnelle Zeichnen der Graphen von linearen Funktionen oder für das Ablesen der Steigung m aus dem Graphen einer linearen Funktion ist das Steigungsdreieck nützlich, denn es gilt:</p> $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2} = 0,5$ 
<p>Lineares Gleichungssystem</p> <p>Einsetzungsverfahren</p> <p>Additionsverfahren</p>	<p>Betrachtet man zwei lineare Gleichungen $2x - y = 5$ und $3y - x = 15$ und sucht nach Wertepaaren (x/y), die beide Gleichungen gleichzeitig lösen, so spricht man von einem linearen Gleichungssystem (LGS).</p> <p>Für das Lösen von solchen LGS gibt es zwei bekannte Lösungsmethoden :</p> <p>(I) $2x - y = 5 \Leftrightarrow y = 2x - 5$ (II) $3y + x = 6$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Eine der beiden Gleichungen wird nach einer Variablen aufgelöst; dann ersetzt man diese durch den erhaltenen Term in der anderen Gleichung: $3(2x - 5) + x = 6$ • Die Gleichung hat dann nur noch eine Variable (hier: x), nach der nun aufgelöst wird: $x = 3$ • Der ermittelte x-Wert wird in Gleichung (I) oder (II) eingesetzt, um den y-Wert zu erhalten: $y = 1$ <p>(I) $2x - y = 5 \Leftrightarrow$ (I) $2x - y = 5$ (II) $3y + x = 6 \quad \cdot 2 \Leftrightarrow$ (II) $2x + 6y = 12$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Die Gleichungen werden so multipliziert, dass die Zahl vor einer der beiden Variablen dem Betrag nach gleich ist • Die beiden Gleichungen werden dann addiert bzw. subtrahiert: $-7y = -7$ • Die Gleichung hat dann nur noch eine Variable (hier: y), nach der nun aufgelöst wird: $y = 1$ • Der ermittelte y-Wert wird in Gleichung (I) oder (II) eingesetzt, um den x-Wert zu erhalten: $x = 3$
<p>Veranschaulichung LGS</p>	<p>Interpretiert man die beiden Gleichungen als lineare Funktionen, so entspricht die rechnerisch erhaltene Lösung, dem Schnittpunkt der beiden entsprechenden Geraden:</p> <p style="text-align: center;">$S(3/1)$</p> 



<p>Stochastik</p>	<p>Die Stochastik beschäftigt sich damit, Experimente, deren Ausgang nur vom Zufall abhängt, sogenannte Zufallsexperimente, näher zu untersuchen.</p>
<p>Ergebnismenge</p>	<p>Jeder mögliche Ausgang eines Zufallsexperiments heißt Ergebnis ω. Fasst man alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments in einer Menge zusammen, so heißt diese Ergebnismenge Ω.</p> <p>Beispiel: gewöhnlicher Spielwürfel a) einmaliges Würfeln: $\Omega = \{ 1,2,3,4,5,6\}$ b) zweimaliges Würfeln: $\Omega = \{11,12,13,14,15,16,21,22,23,\dots, 61,62,63,64,65,66\}$ $\Omega = 36$ (Mächtigkeit bzw. Anzahl aller Möglichkeiten)</p>
<p>Ereignis</p>	<p>Jede Teilmenge A eines Ergebnisraumes Ω eines Zufallsexperiments nennt man Ereignis. Man sagt: das Ereignis tritt ein, wenn das Ergebnis des Zufallsexperiments in A enthalten ist.</p> <p>Beispiel zu b): Ereignis A: „Augensumme gleich 8“ $A = \{ 26,62,35,53,44\}$</p>
<p>Gegenereignis</p>	<p>Jedes Ereignis A hat auch ein Gegenereignis \bar{A}. In dieser Menge sind alle die Ergebnisse aus Ω enthalten, die nicht in A enthalten sind.</p>
<p>Relative Häufigkeit</p>	<p>Die absolute Häufigkeit k eines Ereignisses gibt an, wie oft dieses Ereignis bei n-facher Durchführung eines ZE eintritt. Die relative Häufigkeit h(A) eines Ereignisses A gibt den Anteil $\frac{k}{n}$ an.</p> $h(A) = \frac{\text{absolute Häufigkeit } k}{\text{Anzahl der Versuchsdurchführungen}} = \frac{k}{n}$ <p>Beispiel zu b): $h(A) = \frac{5}{36} = 13,9\%$</p>
<p>Wahrscheinlichkeit</p>	<p>Wird ein Zufallsgesetz sehr oft ausgeführt, dann stabilisiert sich die relative Häufigkeit eines Ereignisses um eine bestimmte Bruchzahl. Diese Zahl bezeichnet man als Wahrscheinlichkeit P(A) des Ereignisses A. Für sie gilt: P(A) ist immer ein Wert aus dem Intervall [0;1]</p>
<p>Laplace Experimente</p>	<p>Zufallsexperimente, bei denen alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind, heißen Laplace-Experimente.</p> <p>Für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A bei einem Laplace-Experiment gilt:</p> $P(A) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}} = \frac{ A }{ \Omega }$ <p>Beispiel zu a): A: gerade Augenzahl</p> $P(A) = \frac{ A }{ \Omega } = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$



<p>Bruchterme</p>	<p>Terme, bei denen Variablen im Nenner vorkommen, heißen Bruchterme. Ihre Definitionsmenge D_f enthält diejenigen Werte nicht, für die der Nenner Null werden würde.</p> <p>Beispiel: $\frac{3}{x^2 - 4}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$</p>
<p>Gebrochen-rationale Funktionen</p>	<p>Funktionen, deren Funktionsterm ein Bruchterm ist, heißen gebrochen-rationale Funktionen. Ihr Graph ist eine Hyperbel.</p> <p>Beispiel: $f(x) = \frac{2}{x}$ $D_f = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$</p>
<p>Asymptoten</p>	<p>Eine Gerade, an die sich der Graph einer Funktion beliebig genau annähert, heißt Asymptote. Man unterscheidet waagrechte und senkrechte Asymptoten.</p> <p>Beispiel: waagrechte Asymptote: x-Achse senkrechte Asymptote: y-Achse</p> 
<p>Rechnen mit Bruchtermen Kürzen</p>	<p>Gleiche Faktoren in Zähler und Nenner können gekürzt werden:</p> $\frac{3x}{2x - x^2} = \frac{x \cdot 3}{x \cdot (2 - x)} = \frac{3}{2 - x}$
<p>Erweitern</p>	<p>Zähler und Nenner können mit demselben Term multipliziert werden</p> $\frac{x}{x - 1} = \frac{x \cdot (x - 2)}{(x - 1) \cdot (x - 2)} = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$
<p>Addieren und Subtrahieren</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Bruchterme müssen gemeinsamen Nenner haben; • Zähler werden addiert/subtrahiert, Nenner bleibt gleich; $\frac{3}{x+2} + \frac{x}{x+2} = \frac{3+x}{x+2}$ $3 - \frac{5}{x} = \frac{3x}{x} - \frac{5}{x} = \frac{3x-5}{x}$ $\frac{5x}{2x-4} - \frac{x-2}{3x-6} = \frac{5x}{2(x-2)} - \frac{x-2}{3(x-2)} = \frac{3 \cdot 5x}{3 \cdot 2(x-2)} - \frac{2 \cdot (x-2)}{2 \cdot 3(x-2)} =$ $= \frac{15x}{6x-12} - \frac{2x-4}{6x-12} = \frac{15x - (2x-4)}{6x-12} = \frac{13x+4}{6x-12}$
<p>Multiplizieren und Dividieren</p>	<p>Bruchterme werden multipliziert, indem man die beiden Zähler und die beiden Nenner miteinander multipliziert:</p> $\frac{x}{x-2} \cdot \frac{2x-3}{x+2} = \frac{x \cdot (2x-3)}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 - 4}$ <p>Bruchterme werden dividiert, indem man den Dividend mit dem Kehrbuch des Divisors multipliziert:</p> $\frac{3x-6}{x^2} : \frac{x-2}{x} = \frac{(3x-6) \cdot x}{x^2 \cdot (x-2)} = \frac{3 \cdot (x-2) \cdot x}{x \cdot x \cdot (x-2)} = \frac{3}{x}$



<p>Bruchgleichungen</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Definitionsmenge D_f bestimmen; • Bruchterme so weit wie möglich vereinfachen; • mit dem Hauptnenner multiplizieren \rightarrow bruchtermfreie Gleichung; • Lösungen der Gleichung bestimmen; • Lösungsmenge bestimmen und dabei auf Definitionsmenge achten; <p>Beispiel: $\frac{x+3}{x-2} = \frac{x+5}{x-4}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{2;4\}$</p> $\frac{x+3}{x-2} = \frac{x+5}{x-4} \quad \cdot (x-2)(x-4) \text{ (}\cong \text{ Hauptnenner)}$ $\frac{(x+3)(x-2)(x-4)}{(x-2)} = \frac{(x+5)(x-2)(x-4)}{(x-4)}$ <p>$(x+3)(x-4) = (x+5)(x-2)$ (Nenner wegkürzen)</p> $x^2 - 4x + 3x - 12 = x^2 - 2x + 5x - 10$ $-x - 12 = 3x - 10 \quad \rightarrow \quad x = 0,5 \quad \rightarrow \quad IL = \{0,5\}$
<p>Potenzen</p>	<p>Für ein Produkt mit gleichen Faktoren gibt es die Potenzschreibweise</p> $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}} = a^n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ <p>Insbesondere gilt: $a^0 = 1$ und $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$</p> <p>Für Potenzen mit gleicher Basis a und ganzzahligen Exponenten gilt:</p> $a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad \text{und} \quad a^n : a^m = a^{n-m}$ <p>Beispiel: $a^3 \cdot a^5 = a^8$;</p> $a^4 : a^2 = a^2; \quad a^{-4} : a^2 = a^{-6} = \frac{1}{a^6}$
<p>Kreis</p> <p>Umfang, Flächeninhalt</p>	<p>Punkte, die von einem Punkt M alle den gleichen Abstand haben, liegen auf einer Kreislinie k. Der Punkt M heißt Mittelpunkt M des Kreises, der Abstand der Punkte von M heißt Radius r des Kreises.</p> <p>Für Umfang U_K und Flächeninhalt A_K des Kreises gilt:</p> $U_K = 2 \cdot r \cdot \pi \quad A_K = r^2 \cdot \pi$
<p>Strahlensätze</p>	<p>Werden zwei sich schneidende Geraden g und h von zwei zueinander parallelen Geraden p und q geschnitten, dann gelten der 1. und der 2. Strahlensatz:</p> <p>V-Figur:</p> $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \frac{x}{y} \quad \frac{a}{b} = \frac{y_1}{y} = \frac{x_1}{x}$ <p>X-Figur:</p> $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x}{y} \quad \frac{a}{b} = \frac{y_1}{y} = \frac{x_1}{x}$



Ähnlichkeit	Wird eine Figur maßstäblich vergrößert oder verkleinert, so nennt man die Bildfigur und die Originalfigur zueinander ähnlich.
Ähnlichkeitssätze für Dreiecke	<ul style="list-style-type: none">• Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in zwei (und damit automatisch in drei) Winkeln übereinstimmen (WW-Satz)• Dreiecke sind ähnlich, wenn sie im Verhältnis sich entsprechender Seiten übereinstimmen (S:S:S-Satz)